Microeconomia S

Esercizi svolti in aula il 14.4.07 dalla
dr.ssa Barbara Daviero

Testi tratti dall'eserciziario preparato
dal prof.Giovanni Zanetti.

1

Esercizio 6: Funzione di produzione e funzione di costo

Data la seguente funzione di produzione:

$$Q_0=2\ K^{0,5}\ L^{0,5}$$

(i) Indicare la natura dei rendimenti di scala.

(ii) Se il prezzo del lavoro è pari a 10 e il prezzo del capitale è pari a 10, si indichi la combinazione ottima di lavoro e capitale.

(iii) Utilizzando i risultati del punto precedente, si indichi il costo totale come funzione della quantità ottima Q_0 e si verifichi la natura dei rendimenti di scala.

2

Soluzione Esercizio 6: Funzione di produzione e funzione di costo

(i) Moltiplicando K e L per una costante t:

$Q_0 = 2\,(tK)^{0,5}\,(tL)^{0,5} = 2\,t^{(0,5+0,5)}\,K^{0,5}\,L^{0,5} = 2t\,K^{0,5}\,L^{0,5} = tQ_0$

Rendimenti di scala costanti

(ii) $P_L = 10 \quad P_K = 10$

Costo totale = 10 L + 10 K

Condizione di ottimo = Eguaglianza tra saggio marginale di sostituzione tecnica e inclinazione isocosto (rapporto tra i prezzi)

$$SMS_{L,K} = \frac{dK}{dL} = \frac{\text{Produttività marginale lavoro}}{\text{Produttività marginale capitale}} = \frac{2 \cdot 0{,}5L^{(0,5-1)}K^{0,5}}{2 \cdot 0{,}5K^{(0,5-1)}L^{0,5}} = \frac{L^{0,5}K^{0,5}}{K^{0,5}L^{0,5}} \cdot \frac{L^{-1}}{K^{-1}} = \frac{K}{L}$$

$$\text{Condizione di ottimo} = \frac{K}{L} = \frac{P_L}{P_K} = 1$$

Combinazione ottima = K = L

Segue soluzione Esercizio 6
Funzione di produzione e funzione di costo

(iii) CT = 10 K + 10 L   ma K = L

CT = 20 K   (o, equivalentemente, CT = 20 L)

$Q_0 = 2\,K^{0,5}\,L^{0,5}$ ma K = L

$Q_0 = 2\,K$ (o, equivalentemente, CT = 2 L)

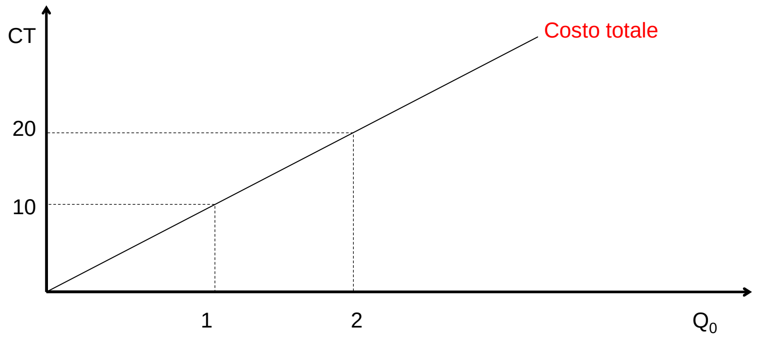
$$CT = 20\,K = \frac{20\,Q_0}{2} = 10\,Q_0$$

$CT = 10\,Q_0$

Siccome il costo medio è pari a 10 ed è Costante, i rendimenti di scala sono costanti

Segue soluzione Esercizio 6
Funzione di produzione e funzione di costo

Siccome il costo medio è pari a 10 ed è Costante, i rendimenti di scala sono costanti



5

Esercizio 7: Funzione di produzione e funzione di costo

Dalla funzione di produzione alla funzione di costo

Un'impresa adopera fattori variabili (S e L) dai quali dipende la quantità prodotta (Y) secondo la funzione di produzione:

$$Y = S^{1/5}L^{3/10}$$

I loro prezzi sono: $P_S = 2$ e $P_L = 3$; oltre ai costi variabili ciascuna unità deve sostenere costi fissi per 20.

1) Si determini la funzione di costo dell'impresa

6

Soluzione Esercizio 7
Funzione di produzione e funzione di costo

Il saggio marginale di sostituzione tecnica (pari al rapporto tra le produttività marginali dei fattori) deve essere pari al rapporto tra i prezzi dei fattori (condizione di ottimo per l'impresa):

$$-\frac{dS}{dL} = \frac{PM_L}{PM_S} = \frac{\frac{3}{10} S^{\frac{1}{5}} L^{\frac{3}{10}-1}}{\frac{1}{5} S^{\frac{1}{5}-1} L^{\frac{3}{10}}} = \frac{3}{2}\frac{S}{L}$$

$$-\frac{dS}{dL} = \frac{P_L}{P_S} = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{2}\frac{S}{L} = \frac{3}{2} \Rightarrow S = L$$

7

Segue: Soluzione Esercizio 7
Funzione di produzione e funzione di costo

Possiamo dunque sostituire L ad S nell'espressione che fornisce il costo variabile dell'impresa (isocosto):

$$CTV = P_S{*}S + P_L{*}L = 2S + 3L = 5L$$

Ma se operiamo la stessa sostituzione nella funzione di produzione possiamo ottenere L in funzione di Y:

$$Y = L^{1/5}L^{3/10} = L^{1/2} \Longrightarrow L = Y^2$$

8

Segue: Soluzione Esercizio 7
Funzione di produzione e funzione di costo

Sostituendo L in CTV otteniamo:

$$CTV = 5Y^2$$

Aggiungendo i costi fissi otteniamo infine la funzione di costo totale dell'impresa:

$$\boxed{CT = 5Y^2 + 20}$$

9

Segue: Soluzione Esercizio 7
Funzione di produzione e funzione di costo

2) Si illustri in un grafico l'andamento del costo medio, del costo medio fisso, del costo medio variabile e del costo marginale

Costo medio totale: $\frac{CT}{Y} = 5Y + \frac{20}{Y}$

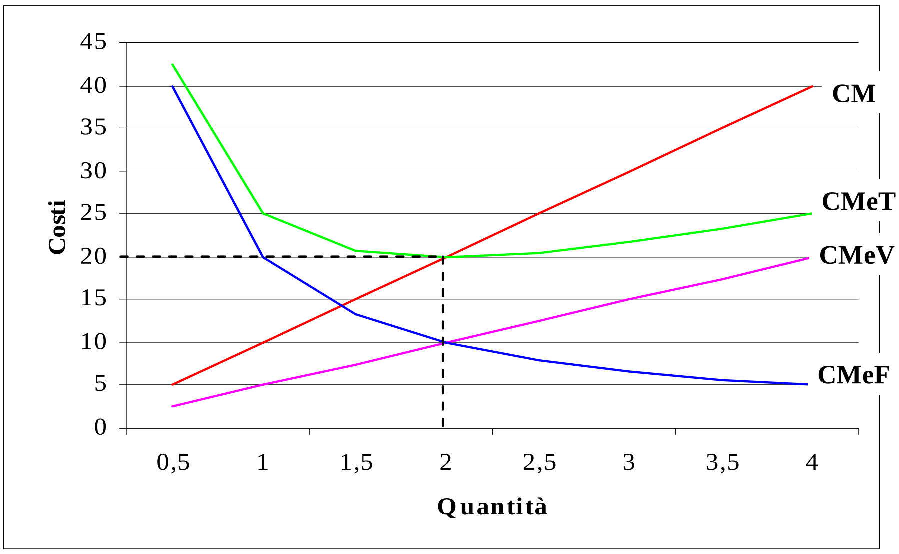
Costo marginale: $\frac{dCT}{dY} = 10Y$

Costo medio variabile: $\frac{CTV}{Y} = \frac{5Y^2}{Y} = 5Y$

Costo medio fisso: $\frac{CF}{Y} = \frac{20}{Y}$

10

Segue: Soluzione Esercizio 7
Funzione di produzione e funzione di costo



11

Esercizio 1

L'impresa WWW (vedi esercitazione 2) opera in un mercato perfettamente concorrenziale sostenendo i seguenti costi:

Q.tà	CF	CV	CT	C'	CMV	CMF	CMT
0	46	0	46	0	0	0	0
1	46	30	76	30	30	46	76
2	46	50	96	20	25	23	48
3	46	58	104	8	19,3	15,3	34,7
4	46	64	110	6	16	11,5	27,5
5	46	84	130	20	16,8	9,2	26
6	46	114	160	30	19	7,7	26,7
7	46	150	196	36	21,4	6,6	28
8	46	190	236	40	23,8	5,8	29,5
9	46	240	286	50	26,7	5,1	31,8

CF= costi fissi
CV= c. variabili
CT= c. totali
C'= c. marginale
CM*= c. medi **

12

Esercizio 1a

a) Se il prezzo è pari a 40 € calcolare: ricavo totale (RT), ricavo marginale (R') e profitto.

Prezzo	Q.tà	CT	RT (P×Q)	C'	R' (P)	ΔProfitto (R' – C')	Profitto (RT - CT)
	0	46	0	0	0	0	-46
40	1	76	40	30	40	10	-36
40	2	96	80	20	40	20	-16
40	3	104	120	8	40	32	16
40	4	110	160	6	40	34	50
40	5	130	200	20	40	20	70
40	6	160	240	30	40	10	80
40	7	196	280	36	40	4	84
40	8	236	320	40	40	0	84
40	9	286	360	50	40	-10	74

13

Esercizio 1b

b) In base ai dati precedenti, rispondere ai seguenti quesiti:

i. Qual è la quantità di prodotto che massimizza il profitto?

La quantità in corrispondenza della quale il ricavo marginale è uguale al costo marginale (R'=C'); quindi Q = 8.

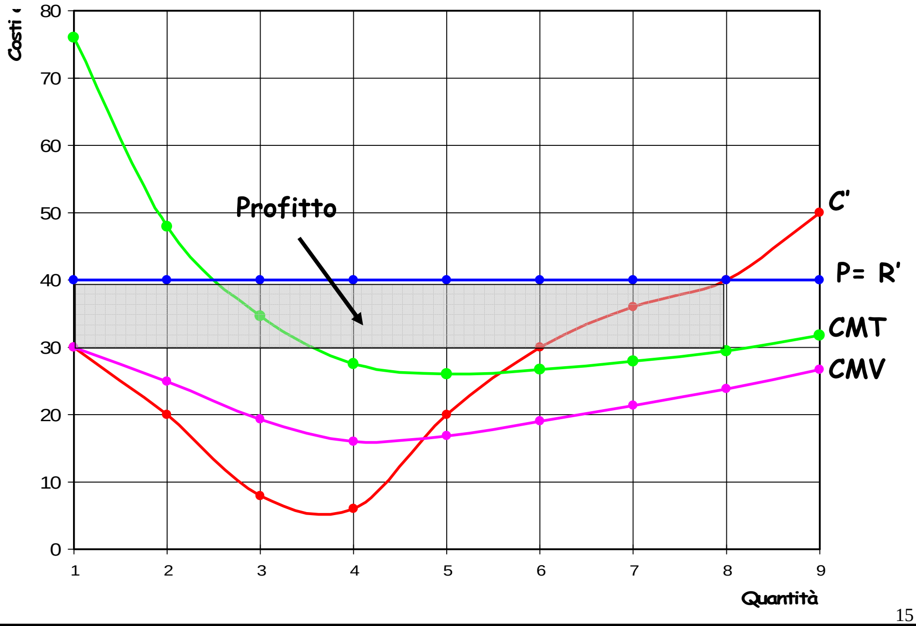
ii. A quanto ammonta il profitto (perdita) corrispondente?

Profitto = Ricavi – CV – CF

In corrispondenza di Q = 8, Profitto = 320 –190 - 46= 84 €

14

Segue Esercizio 1b



15

Segue Esercizio 1b

iii. Qual è la rendita del produttore?

$$\boxed{\text{Rendita del produttore = Ricavi – CV}}$$

ovvero

Rendita = Profitto + CF = 84 + 36 = 130 €

iv. L'impresa dovrebbe continuare a produrre nel lungo periodo?

Essendo il profitto positivo, la risposta è si!

16

Segue Esercizio 1b

- NOTA

La rendita (o surplus) del produttore può essere pensata

- sia come la differenza tra ricavi e costi variabili (P×Q - Q×CMV),

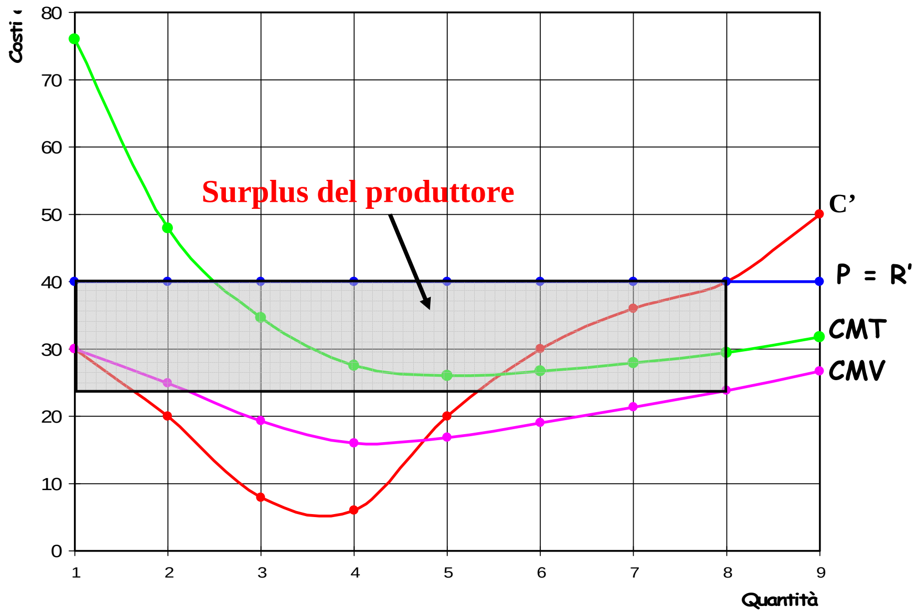
- sia come la somma, estesa a tutte le unità prodotte, delle differenze tra prezzo e costo marginale: si veda la colonna ΔProfitto (R' – C') :

10 + 20 + 32 + 34 + 20 + 10 + 4 + 0 = 130

(Come rappresentato nei due grafici seguenti)

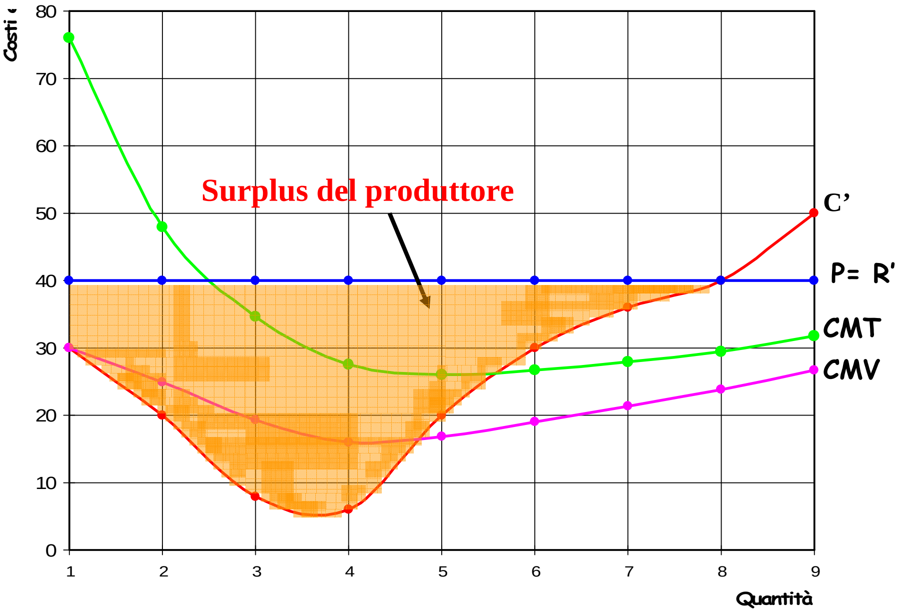
17

Segue Esercizio 1b



18

Segue Esercizio 1b



19

Esercizio 3

Si consideri un mercato in cui vi siano 1000 individui con funzione di domanda $p_d = 8 - q_d$ e 100 produttori con funzione di costo pari a $CT = 10 + 2q_s + 1/40\ q_s^2$.

a. Si individui l'equilibrio di mercato.
b. Si calcolino i profitti dei produttori e si indichi che cosa succederebbe in un mercato perfettamente concorrenziale nel lungo periodo: quale sarà il prezzo; quali le quantità prodotte; quali i profitti?

20

Esercizio 3a

a) Per trovare l'equilibrio occorre ricavare le funzioni di domanda e offerta aggregata e individuare il loro punto di incontro.

F.ne domanda inversa) $p_d = 8 - q_d$

F.ne domanda diretta) $q_d = 8 - p_d$

Aggregando per 1000 individui) $Q_d = \sum q_d = 8000 - 1000p_d$

La funzione di offerta coincide con il tratto crescente della funzione di C' che sta al di sopra della funzione di CVM.

Costo marginale = $\Delta CT / \Delta Q \Rightarrow C' = 2 + 1/20\ q_s$

Prezzo di offerta) $p_s = 2 + 1/20\ q_s$

Quantità offerta) $q_s = 20p_s - 40$

21

Segue Esercizio 3

Aggregando per 100 imprese: $Q_s = 2000\ p_s - 4000$

L'equilibrio di mercato è la combinazione prezzo quantità per cui $Q_s = Q_d$; $2000p - 4000 = 8000 - 1000\ p$

$p = 4$

$Q = 4000$

$q_s = 40$; $q_d = 4$

22

Esercizio 3b

b) Ogni produttore consegue un profitto pari a:
$RT = 4 \cdot (40) = 160$
$CT = 10 + 2 \cdot (40) + 1/40 \cdot (40^2) = 130$
Profitti = 30

Presumibilmente entreranno altre imprese nel mercato attratte dalle prospettive di profitto. L'equilibrio di lungo periodo è quello per cui il Costo marginale coincide con il Costo medio.

$$C' = CM : \quad 2 + 1/20 \cdot q = (10 + 2 \cdot q + 1/40 \cdot q^2)/q$$

$$2 + 1/20 \cdot q = 10/q + 2 + 1/40 \cdot q$$

$$\Rightarrow 1/40 \cdot q = 10/q \quad \Rightarrow q^2 = 400 \Rightarrow q = 20$$

Ogni impresa produrrà quindi una quantità pari a 20.

23

Segue Esercizio 3b

Poiché il prezzo è pari al costo marginale, $p = 3$. La quantità complessiva sul mercato sarà pari a:

$$Q = 8000 - 1000 \cdot 3 = 5000$$

Vi saranno quindi 250 imprese sul mercato; il profitto sarà pari a RT – CT, quindi:

$$RT = 3 \cdot 20 = 60$$

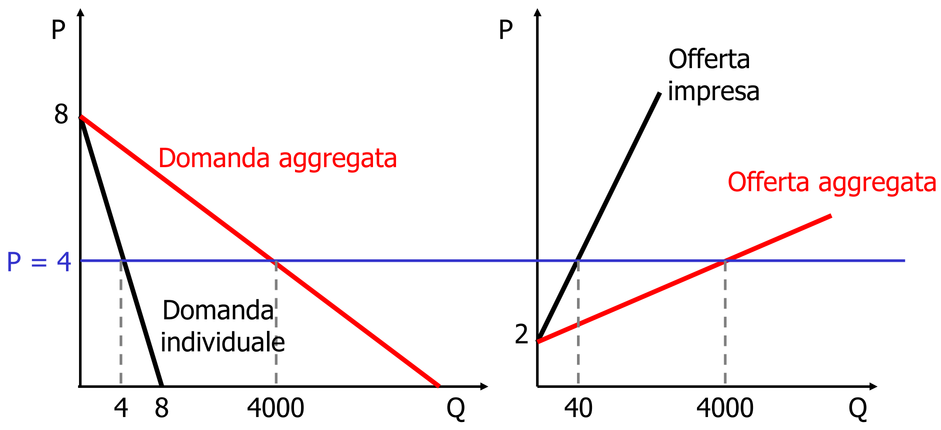
$$CT = 10 + 2 \cdot 20 + 1/40 \cdot 400 = 60$$

$$\text{Profitto} = RT - CT = 0$$

24

Segue Esercizio 3b

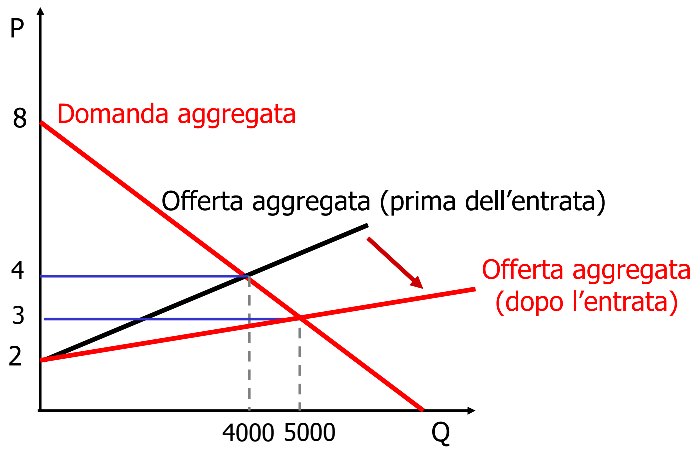
Graficamente:



25

Segue Esercizio 3b

Con l'entrata di nuove imprese nel mercato, l'offerta aggregata diventa più piatta e il prezzo di equilibrio scende da 4 a 3; la quantità scambiata è pari a 5000:



26

Esercizio 1

Se il prezzo è pari a 4 la quantità domandata è pari a 20.
Se il prezzo è pari a 10 la quantità domandata è pari a 10.
La funzione di costo totale è la seguente: CT = 5+4 q.

- Si ricavi la funzione di domanda, nell'ipotesi che essa sia lineare
- Si indichi la soluzione ottima nel caso di un monopolio.
- Si indichi la soluzione nel caso di concorrenza perfetta.
- Si calcolino il surplus del consumatore e il surplus del produttore nei due casi.

27

Soluzione Esercizio 1

La funzione di domanda inversa risulta essere:

$$P = 16 - 0{,}6\ q.$$

La condizione che massimizza il profitto per un monopolista è l'uguaglianza tra ricavo marginale e costo marginale: $R' = 16 - 1{,}2q = C' = 4$. La quantità che massimizza il profitto risulta essere $q = 10$ e il prezzo corrispondente $P = 10$.

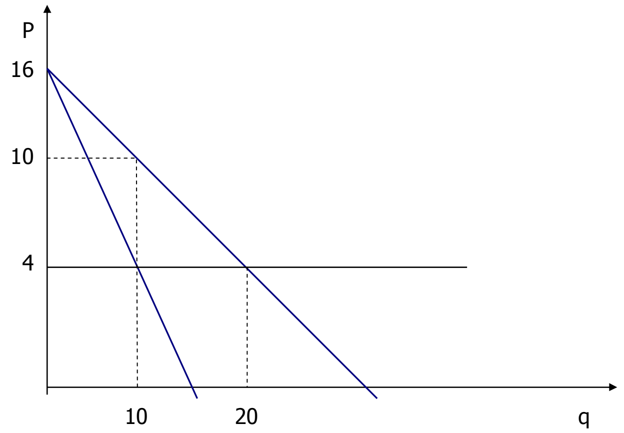
In un mercato di concorrenza perfetta, l'uguaglianza tra ricavo marginale e costo marginale si riduce all'uguaglianza tra prezzo e costo marginale:

$$P = 16 - 0{,}6q = C' = 4.$$

La quantità di equilibrio è pari a $q = 20$ e il prezzo è pari a $P = 4$.

28

Segue Soluzione Esercizio 1



Il surplus del consumatore in concorrenza perfetta è pari a (20*12)/2 =120 mentre il surplus del produttore è pari a zero. Il surplus del produttore in monopolio è pari a 6*10=60 mentre il surplus del consumatore è pari a (10*6)/2=30. Quindi la perdita secca di monopolio è pari a (10*6)/2=30.